Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

1. dio

Ispit – 18. veljače 2019.

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ te formulu za mješoviti produkt vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$. (3 boda)

(ii) Jesu li vektori $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = -\vec{j} + \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

1. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

2. zadatak

(i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

(ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} 2x - y - z &= -3 \\ -3x + 2y + z &= 4 \\ 2x + y + 3z &= 7. \quad \text{(1 bod)} \end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

1. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

3. zadatak

(i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1}. (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = (x-1)^3 - 1$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = (x-1)^3 - 1$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = (x-1)^3 - 1$. (3 boda)

Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

1. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

4. zadatak

(i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(0.02)$ ako je $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 1)$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = -(x-2)(x-4)$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 1$. Nacrtajte graf funkcije f i navedenu tangentu. (3 boda)

Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

1. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

5. zadatak

(i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = x^4 - 4x^3 - 4$. Računski odredite točke lokalnih ekstrema i točke infleksije ove funkcije te skicirajte njen graf. (4 boda)

Studij	Ime i prezime	Broj bodova

MATEMATIKA 1

2. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak Riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 16 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 22 \\ 2x_1 + x_3 + 5x_4 = 15. \end{cases}$$

(10 bodova)

Studij	Ime i prezime	Broj bodova

MATEMATIKA 1

2. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

2. zadatak

(i) Matrično zapišite linearan operator A koji predstavlja rotaciju prostora oko X osi za kut od $7\pi/4$ te nađite sliku točke $T(2, -2, 1)$ s obzirom na tu transformaciju. (3 boda)

(ii) Neka je

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

matrični zapis linearnog operatora transformacije. Što on predstavlja?
Odredite matrični zapis operatora C koji se dobije kompozicijom operatora A i B, s tim da prvo djeluje operator B. (2 boda)

(iii) Odredite vektor $\vec{c}$ koji je okomit na vektore $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ te orijentiran tako da s njima čini desni sustav. (2 boda)

(iv) Prikažite vektor $\vec{d} = 21\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$. (3 boda)

Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

2. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

3. zadatak

(i) Izračunajte $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{-2x} - e^{3x}}{x}$. (5 bodova)

(ii) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{(3-x)^2}.$$

(5 bodova)

Studij | Ime i prezime | Broj bodova

MATEMATIKA 1

2. dio **Ispit – 18. veljače 2019.**

4. zadatak Zadana je funkcija

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^3}.$$

(i) Odredite domenu i nultočke funkcije f. (2 boda)

(ii) Odredite sve asimptote grafa funkcije f. (5 bodova)

(iii) Odredite intervale pada/rasta i lokalne ekstreme. (6 bodova)

(iv) Odredite intervale konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(v) Koristeći dobivene podatke, precizno nacrtajte graf funkcije f. (3 boda)